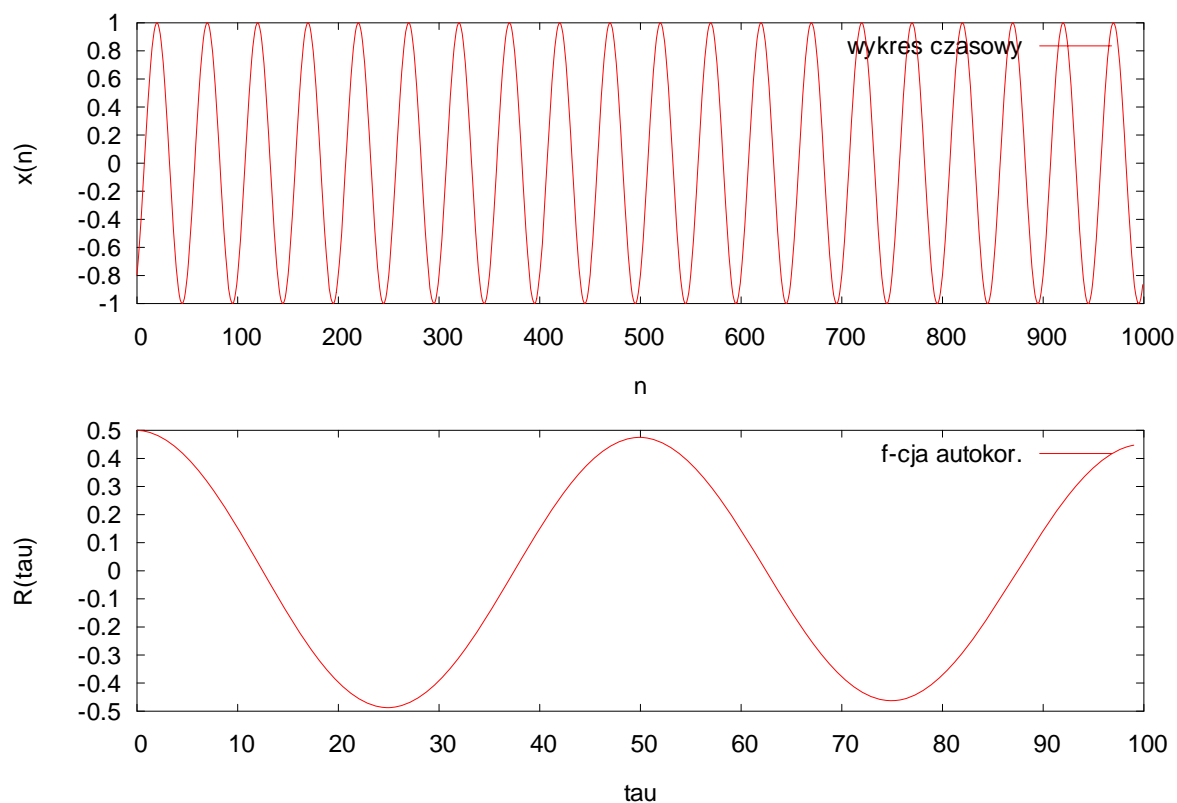


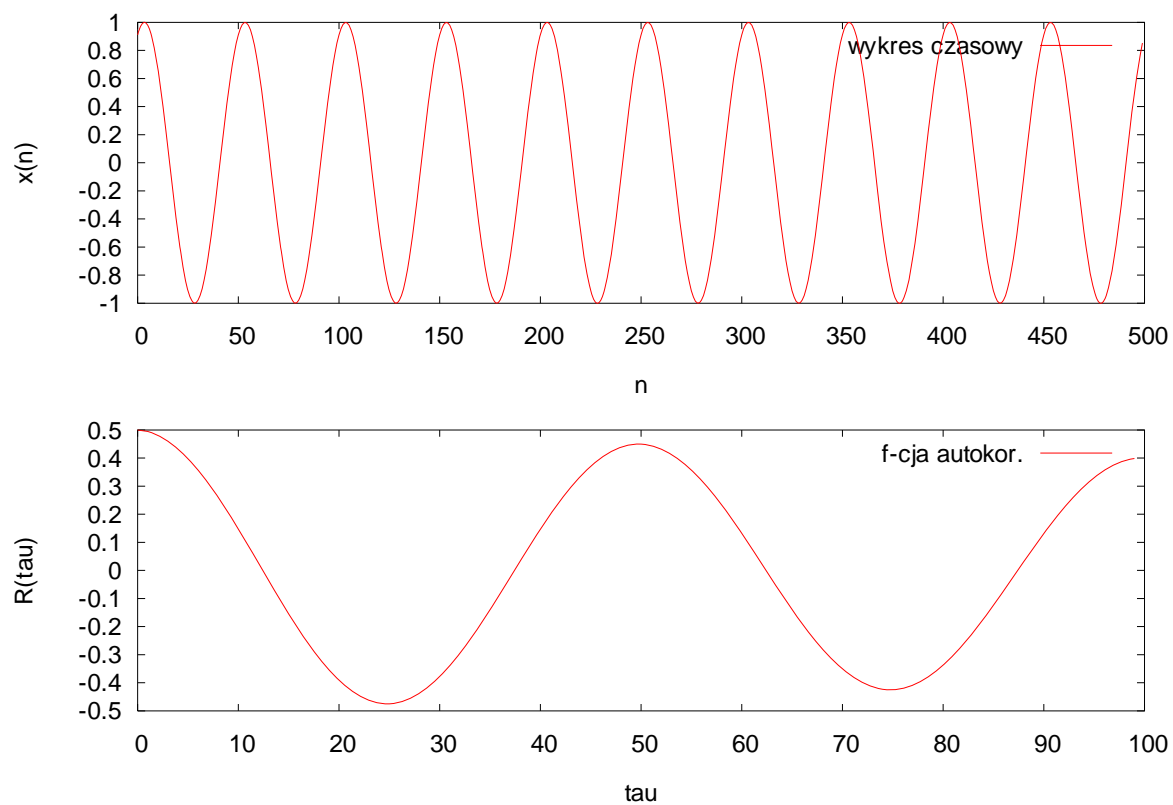
Funkcje autokorelacji i korelacji wzajemnej

1. Autokorelacja wybranych sygnałów

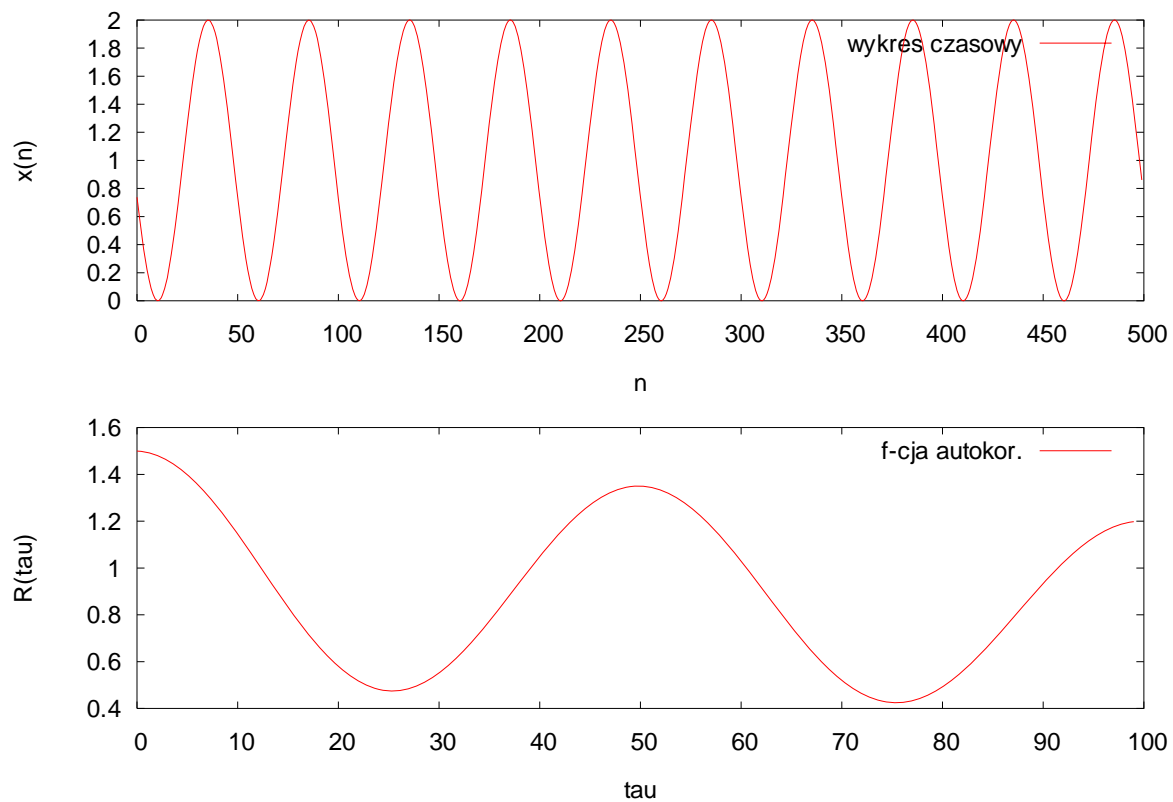
1.1. Sinusoida o losowej fazie początkowej



Rys 1. Autokorelacja sygnału sinusoidalnego o losowej fazie początkowej.

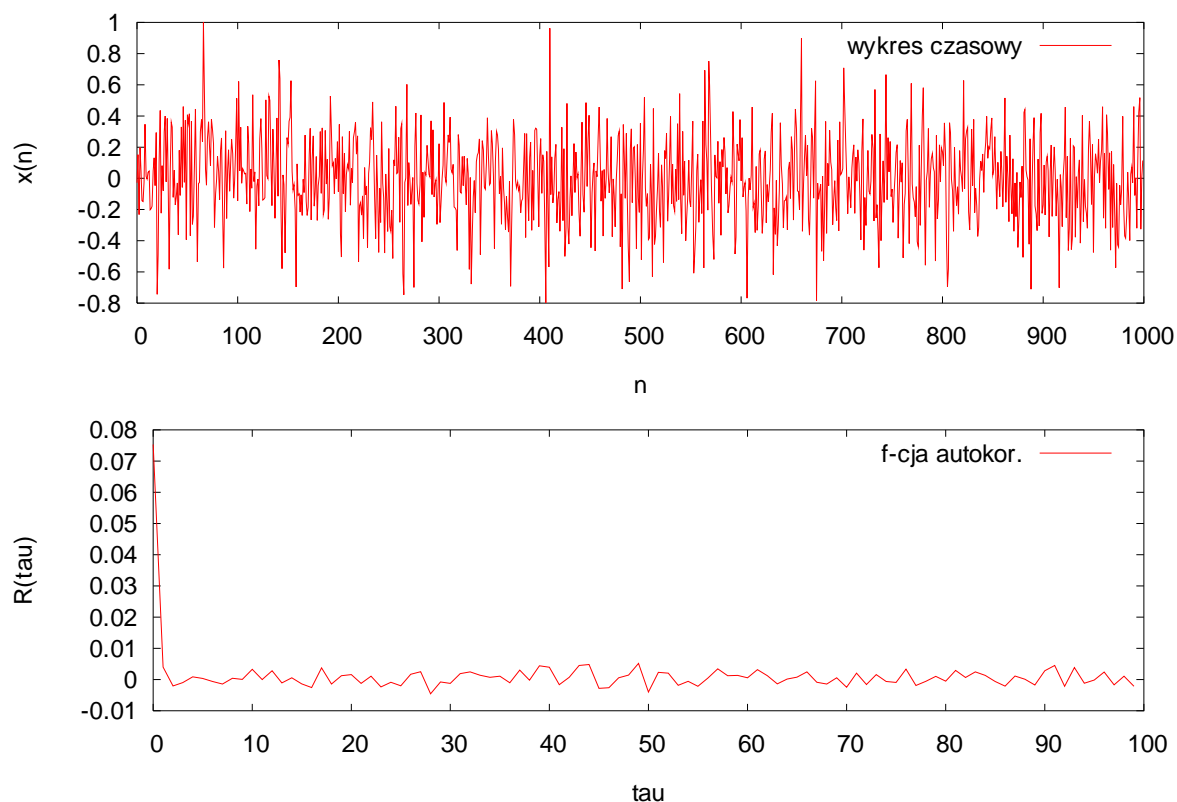


Rys 2. Autokorelacja sygnału sinusoidalnego o losowej fazie początkowej – inna długość sygnału

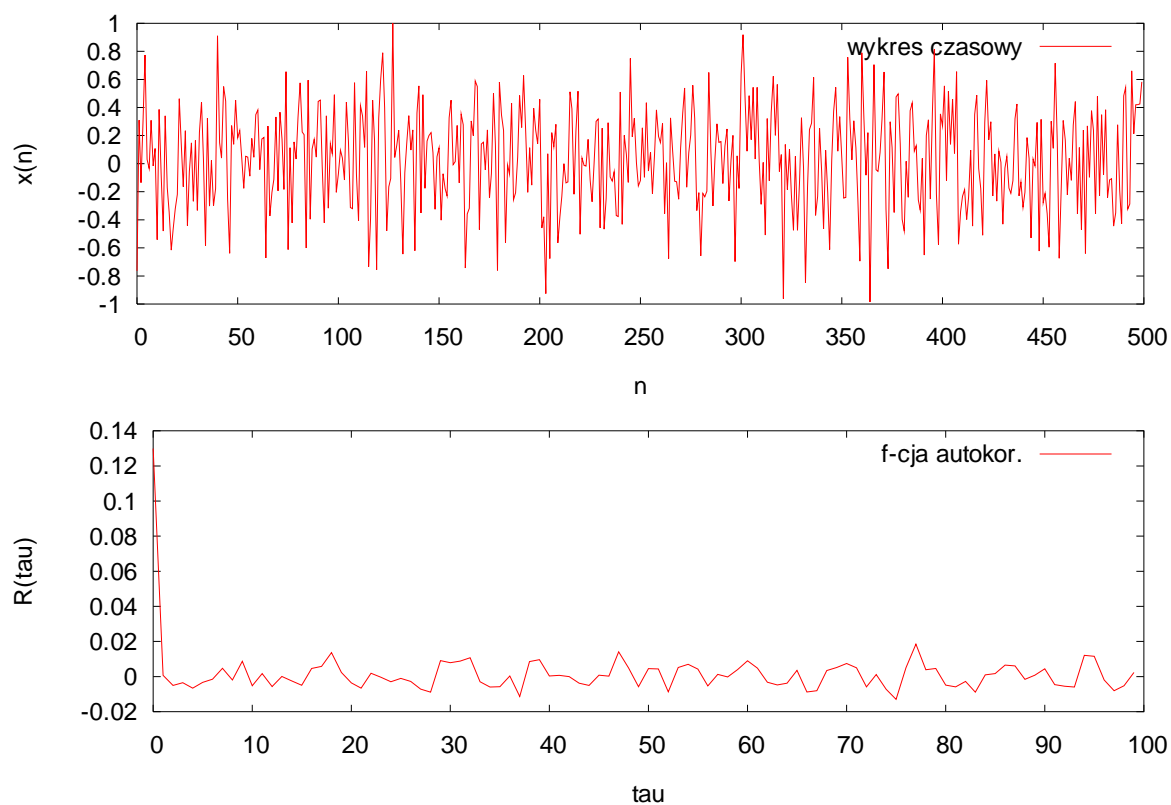


Rys 3. Autokorelacja sygnału sinusoidalnego o losowej fazie początkowej – dodana składowa stała.

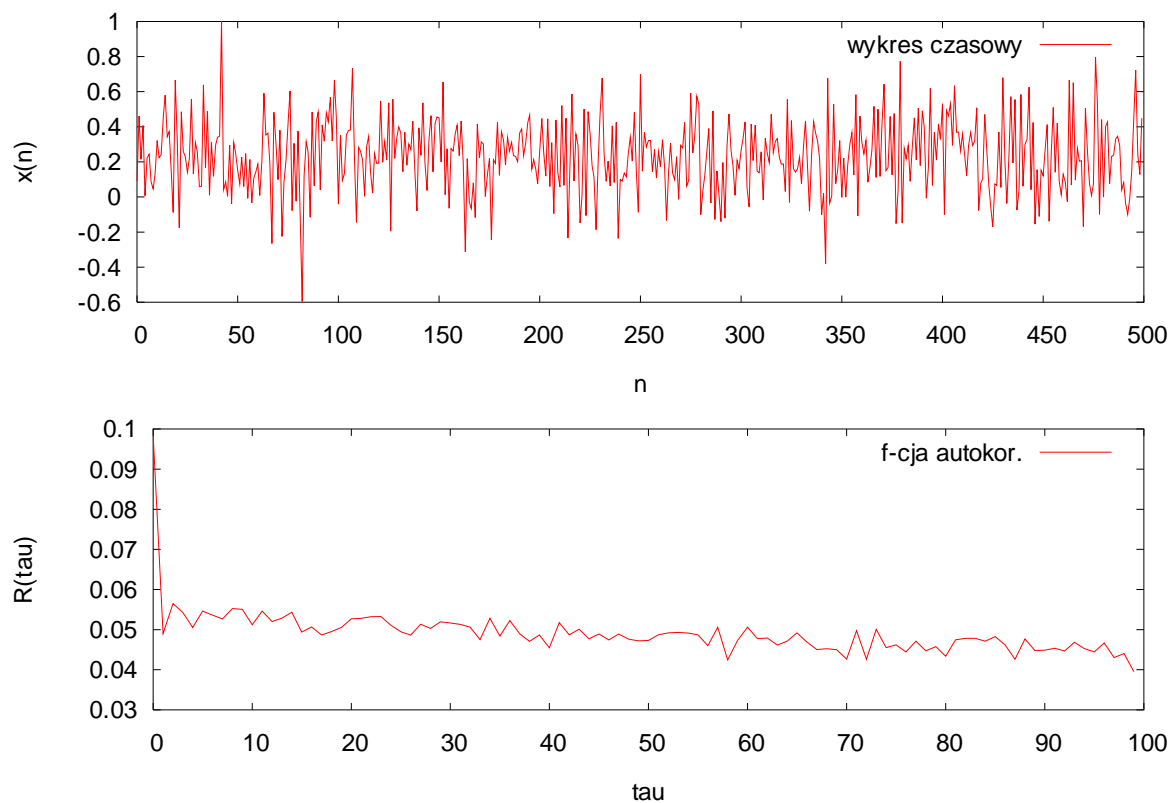
1.2. Szum biały gaussowski



Rys 4. Autokorelacja szumu białego gaussowskiego.

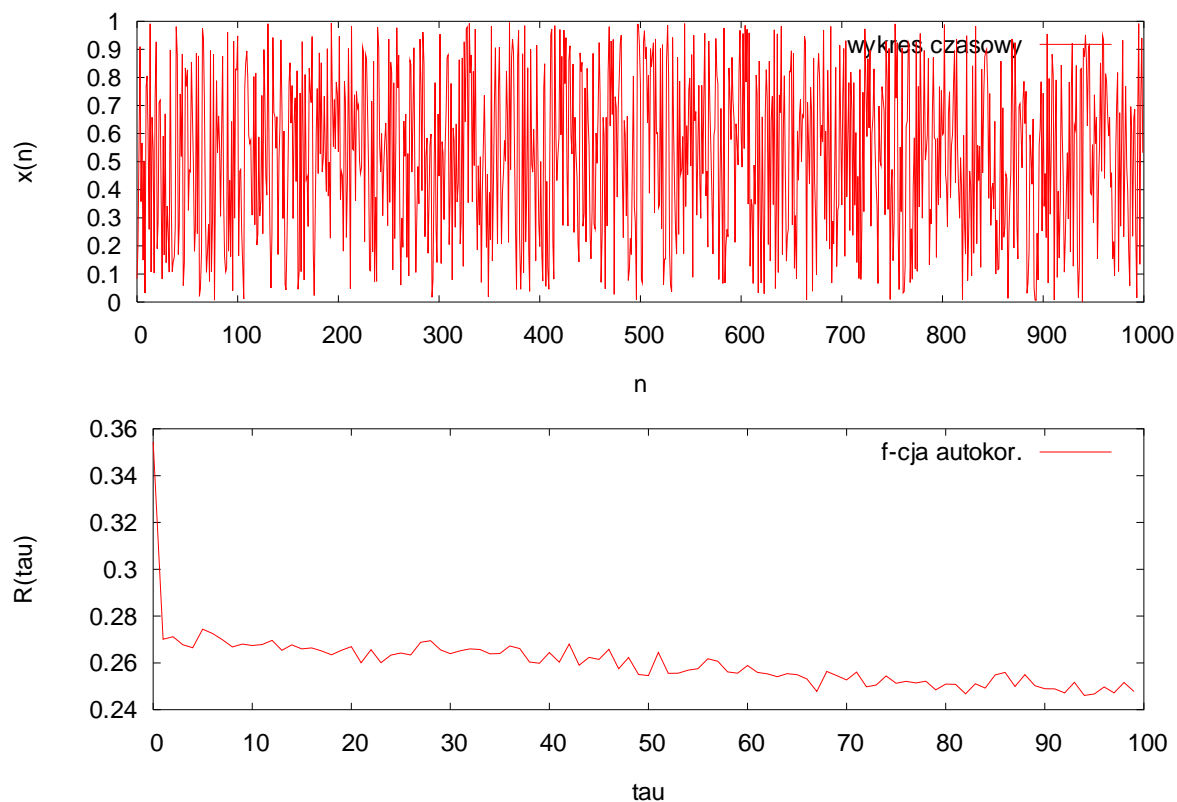


Rys 5. Autokorelacja szumu białego gaussowskiego - inna długość sygnału.

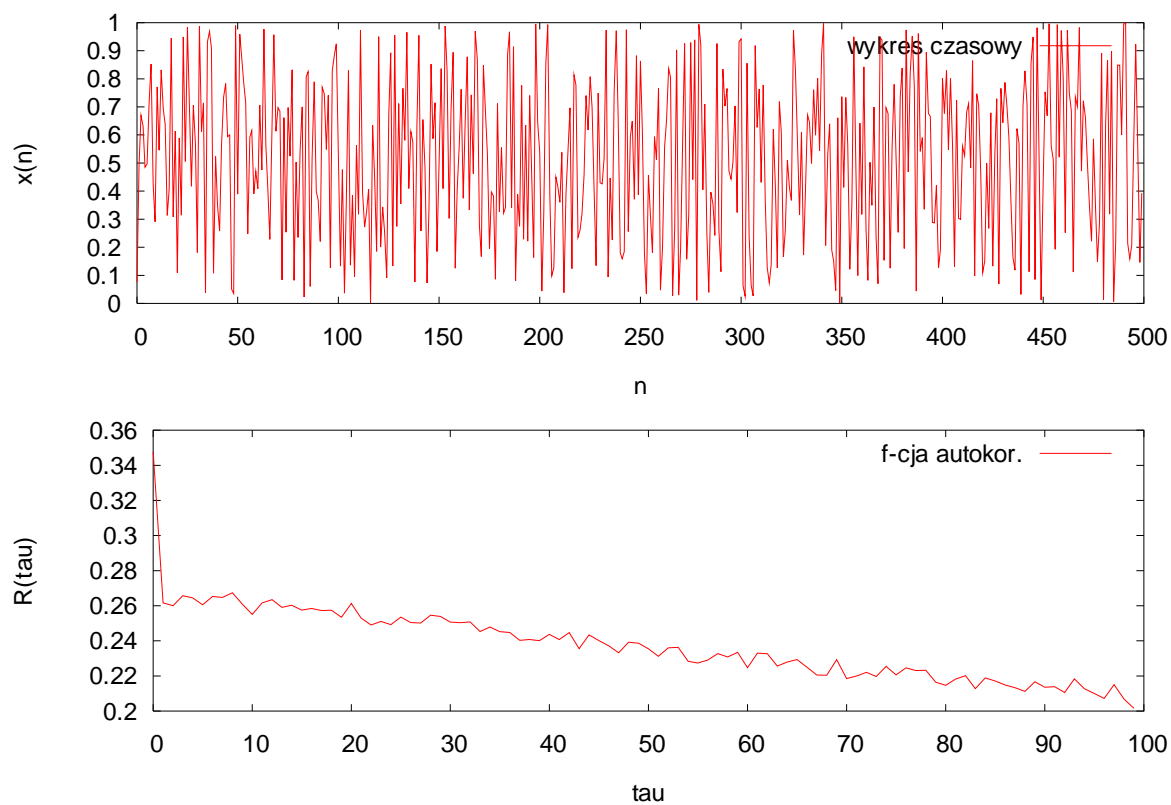


Rys 6. Autokorelacja szumu białego gaussowskiego – dodana składowa stała.

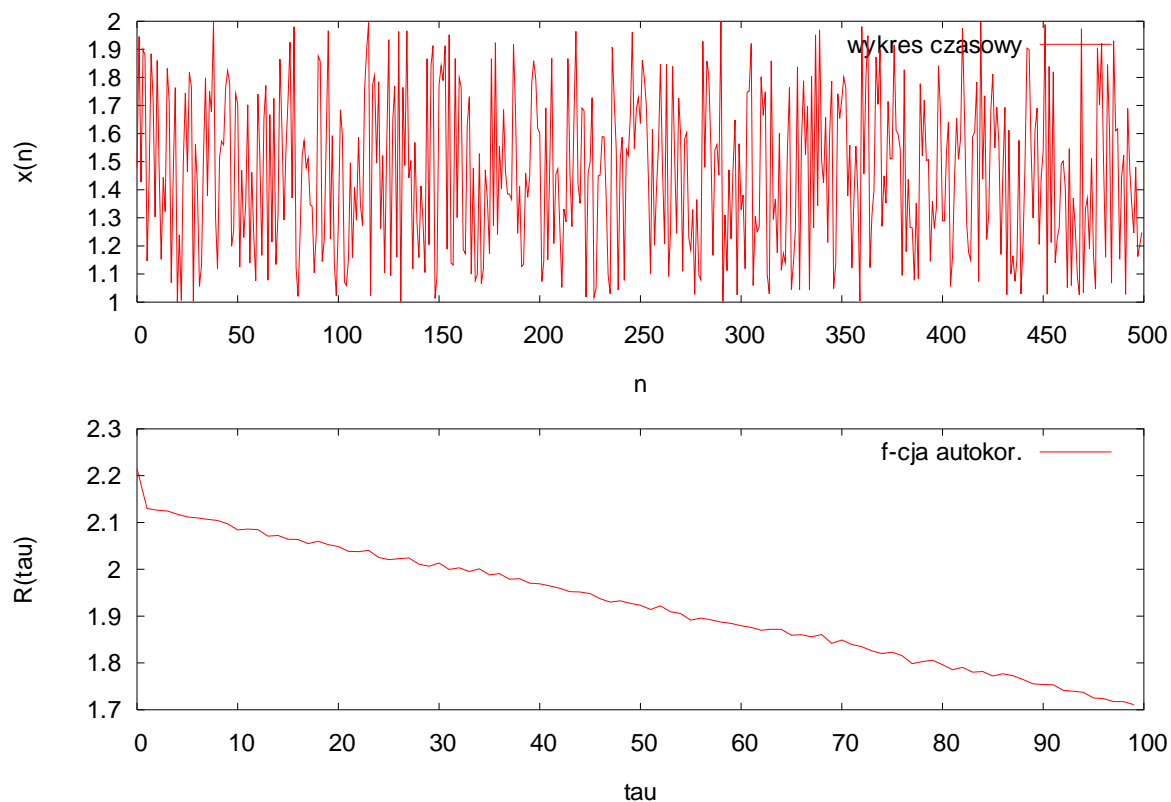
1.3. Szum o rozkładzie jednostajnym



Rys 7. Autokorelacja szumu jednostajnego.



Rys 8. Autokorelacja szumu jednostajnego – inna długość sygnału.



Rys 9. Autokorelacja szumu jednostajnego – dodana składowa stała.

1.4. Sygnał prostokątny dla różnych współczynników wypełnienia

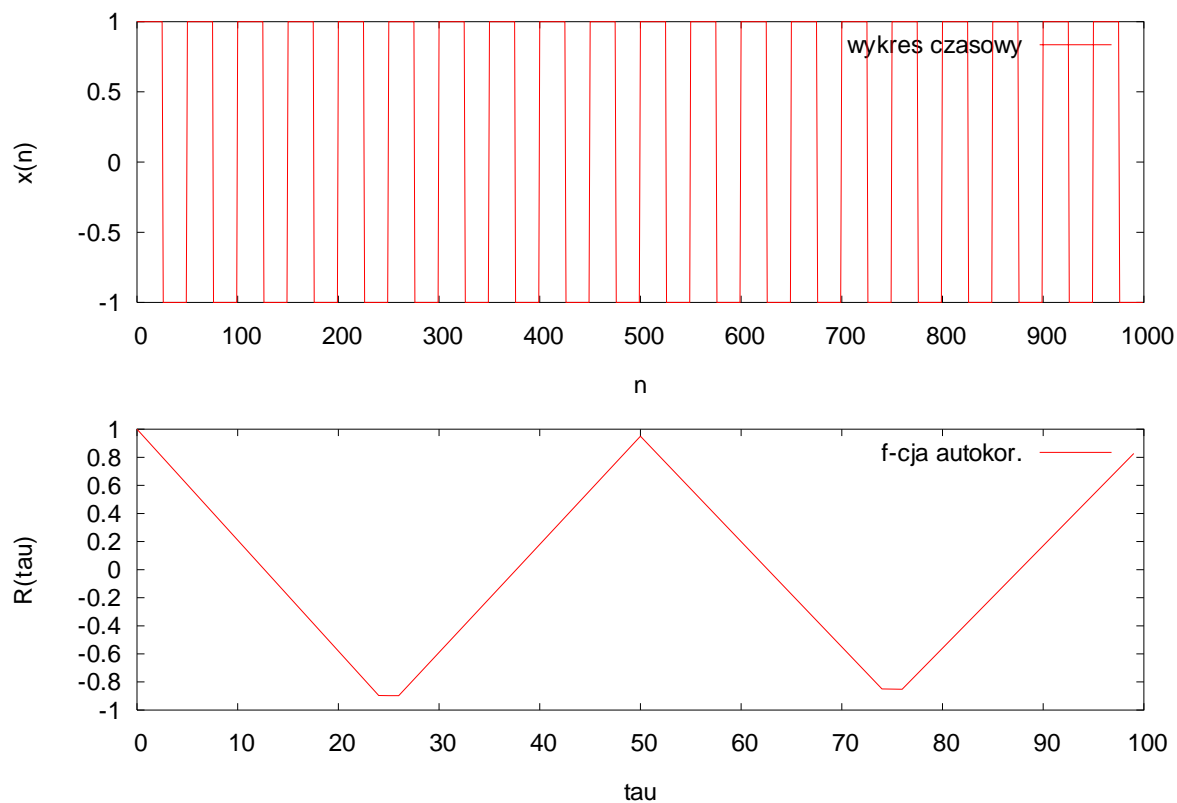
a) Wypełnienie 0.5

Na początek wybrano do obserwowania sygnału o takich parametrach:

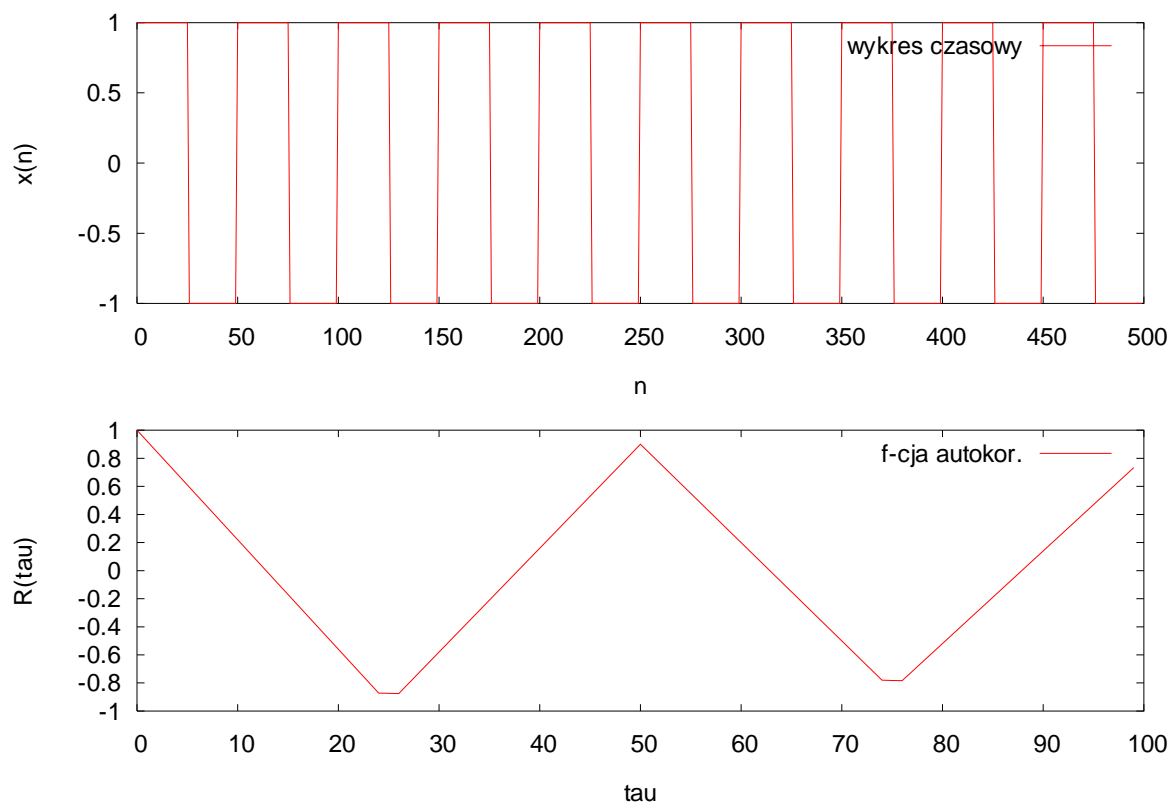
$N = 1000$ – długość sygnału

$T = 50$ – okres sygnału w próbkach

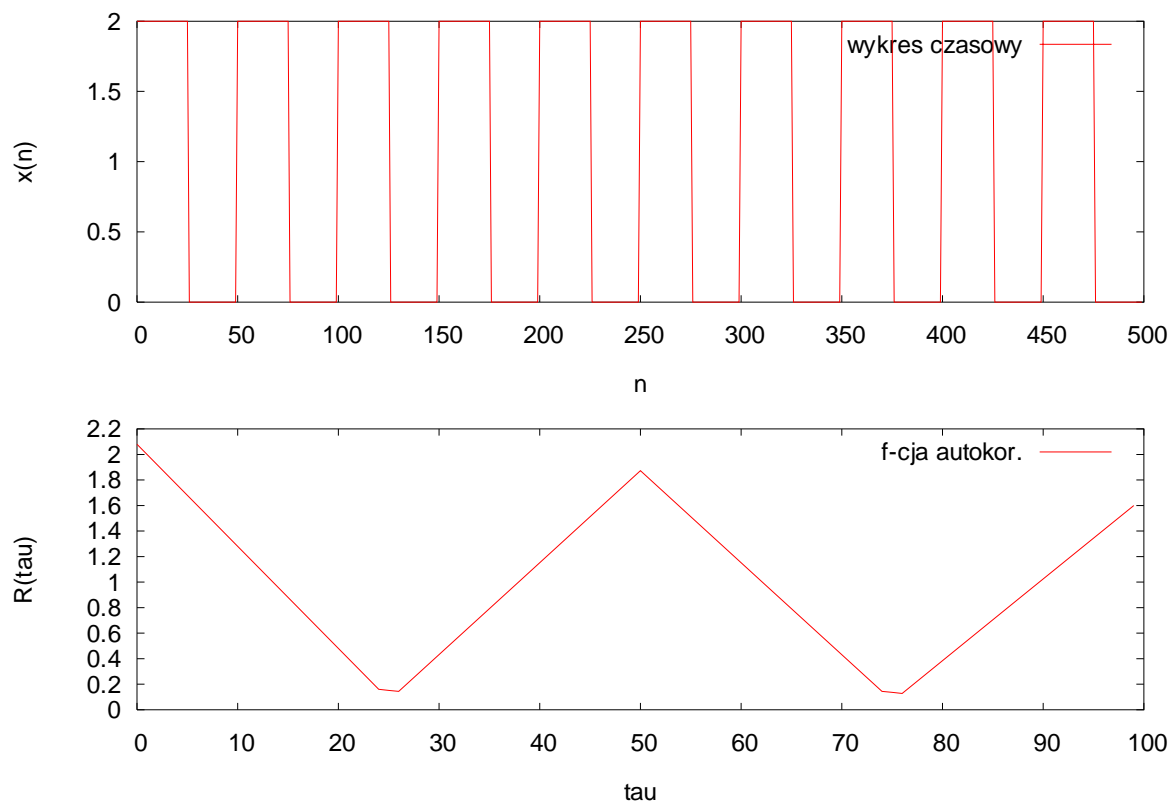
$\text{fill} = 0,5$ – współczynnik wypełnienia



Rys 10. Autokorelacja sygnału prostokątnego.

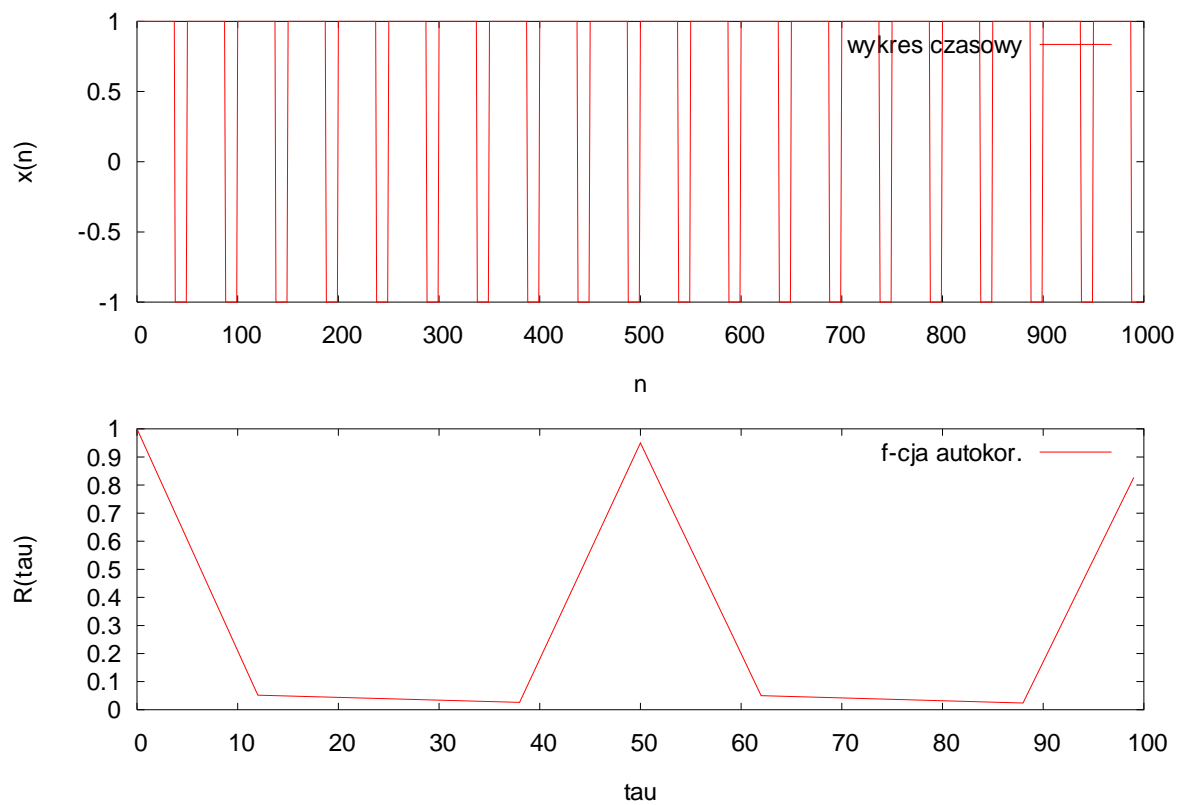


Rys 11. Autokorelacja sygnału prostokątnego - inna długość sygnału .



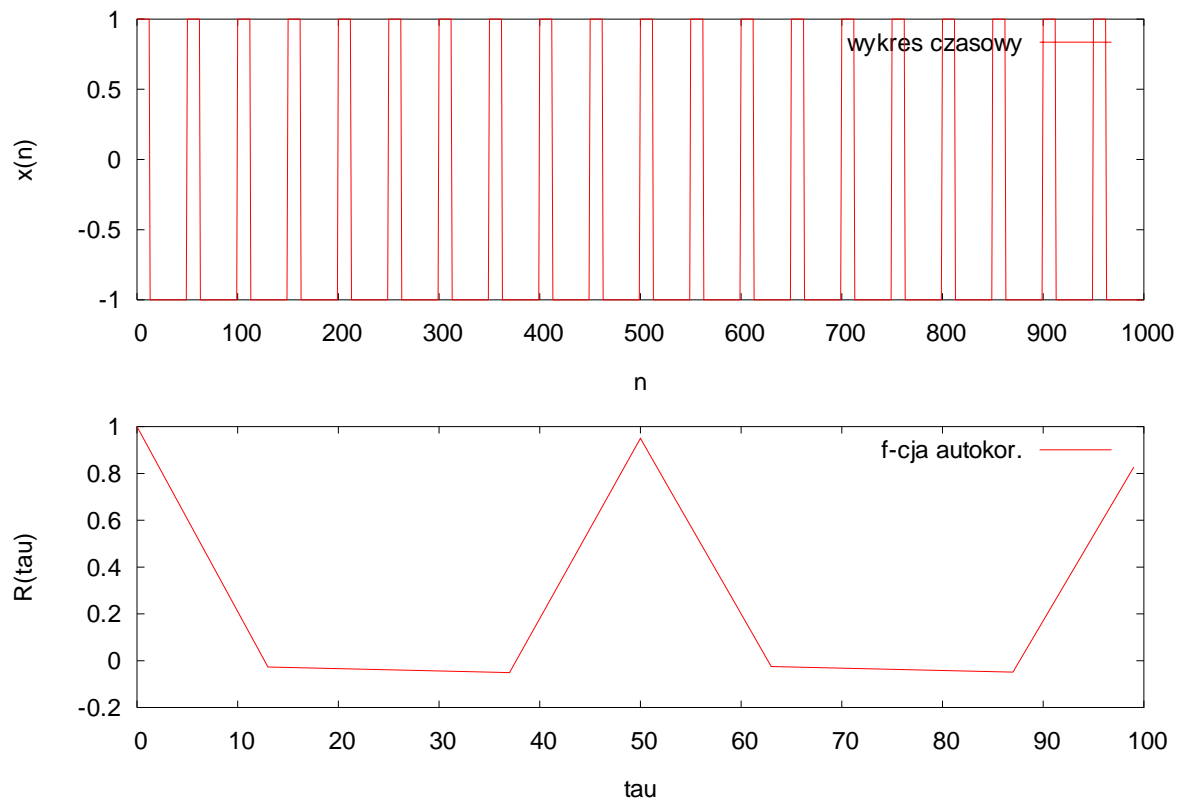
Rys 12. Autokorelacja sygnału prostokątnego – dodana składowa stała .

b) Wypełnienie 0.75

 $N = 1000$ – długość sygnału $T = 50$ – okres sygnału w próbkach $\text{fill} = 0.75$ – współczynnik wypełnienia

Rys 13. Autokorelacja sygnału prostokątnego.

c) Wypełnienie 0.25



Rys 14. Autokorelacja sygnału prostokątnego.

Na podstawie wyżej przedstawionych przebiegów i otrzymanych estymat można stwierdzić, że są one zgodne z teoretycznymi. Jak widać długość sygnału nie wpływa na otrzymane estymaty. Składowa stała wpływa tylko na amplitudę, a w przypadku funkcji prostokątnej i zmiany wypełnienia zmienia się estymata. Na rysunku 13 i 14 przedstawiono estymaty dla różnych wypełnień sygnału, a ich kształt wygląda podobnie.

Dla sygnałów stacjonarnych w szerszym sensie (sygnały, których wartość średnia jest stałą a funkcja autokorelacji nie zależy od czasu):

- funkcja autokorelacji wynosi:

$$R(\tau) = \xi(t)\xi(t - \tau),$$

- funkcja autokowariancji wynosi:

$$C(\tau) = [\xi(t) - \xi][\xi(t - \tau) - \xi],$$

Funkcje te są sobie równe, gdy wartość oczekiwana sygnału wynosi 0.

2. Autokorelacja sumy sygnałów

Jeśli sygnał jest w postaci:

$$z(t) = x(t) + y(t)$$

Funkcja autokorelacji takiego sygnału wynosi:

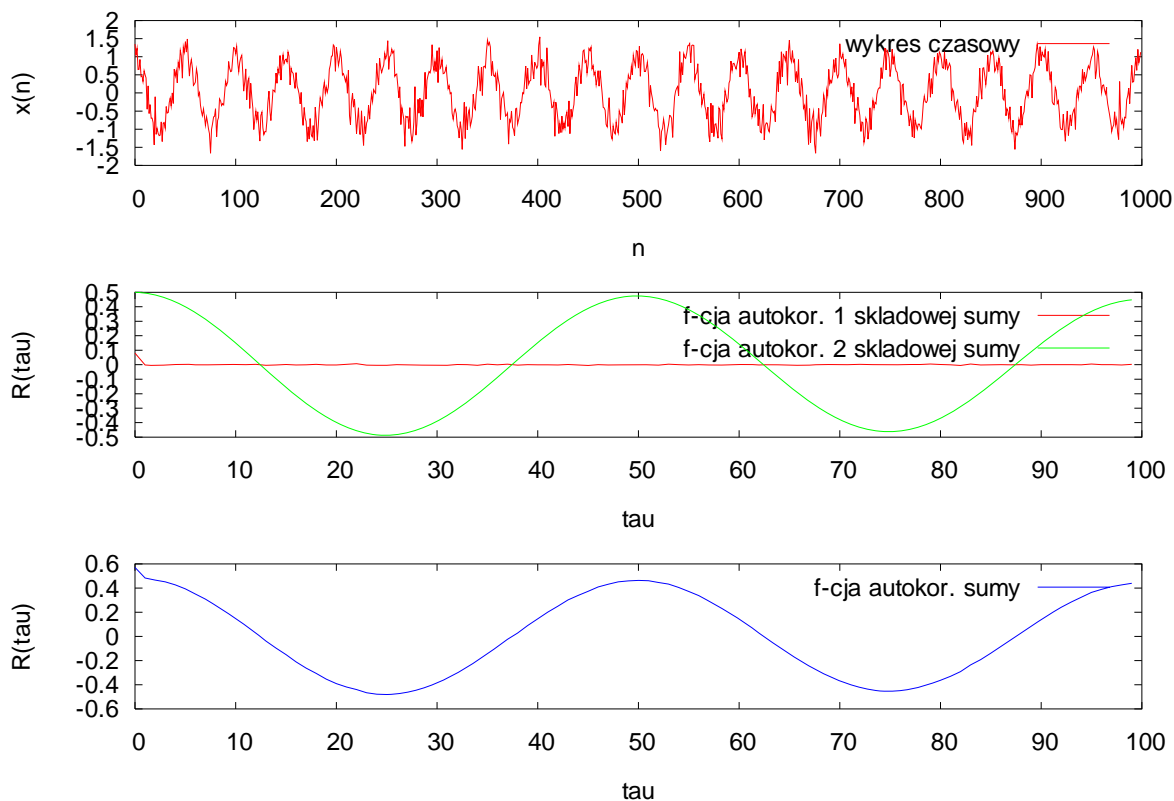
$$R_{zz}(\tau) = R_{xx}(\tau) + R_{xy}(\tau) + R_{yx}(\tau) + R_{yy}(\tau)$$

W przypadku, gdy składowe sygnału $z(t)$ są funkcjami ortogonalnymi:

$$R_{zz}(\tau) = R_{xx}(\tau) + R_{yy}(\tau)$$

Gdy wartość oczekiwana dowolnej składowej jest równa zero, ortogonalność zachodzi dla sygnałów nieskorelowanych.

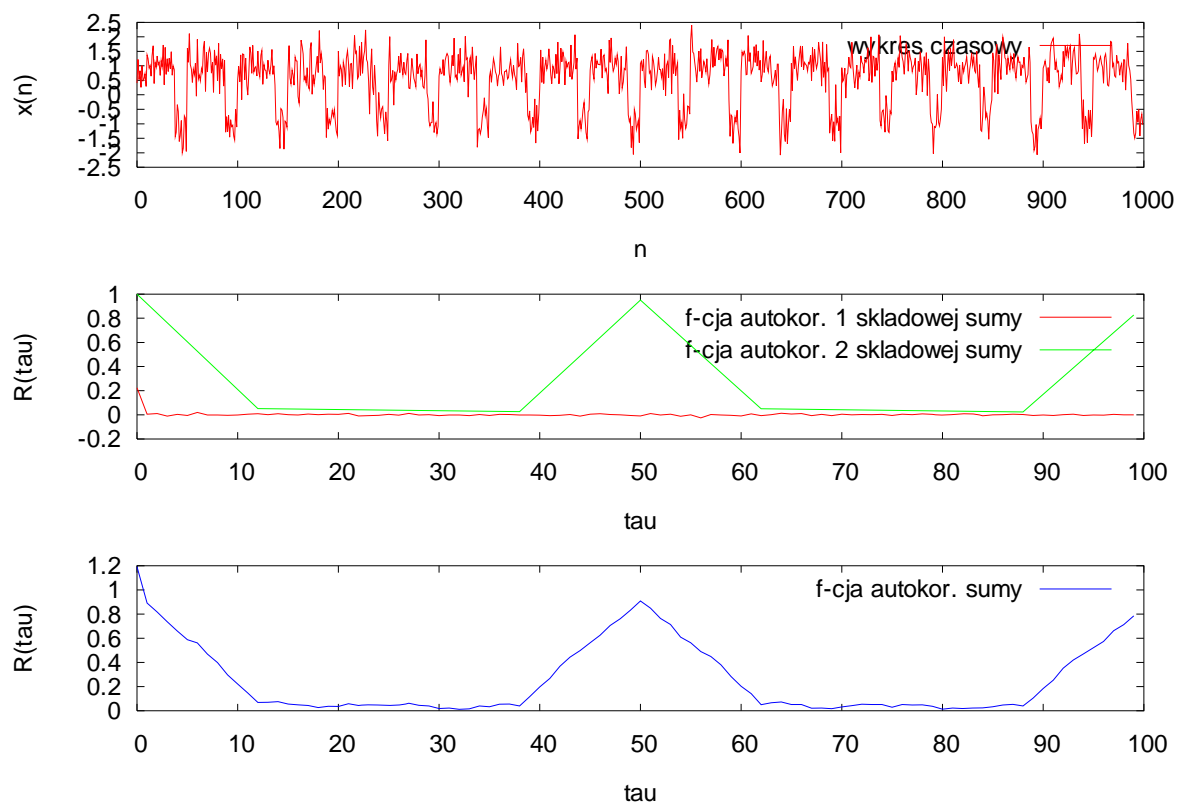
2.1. Autokorelacja sumy sinusoidy i szumu białego



Rys 15. Autokorelacja sumy sygnału sinusoidalnego i szumu białego.

Na rysunku 15 widać, że autokorelacja sumy sygnałów jest równa sumie autokorelacji składowych sygnału.

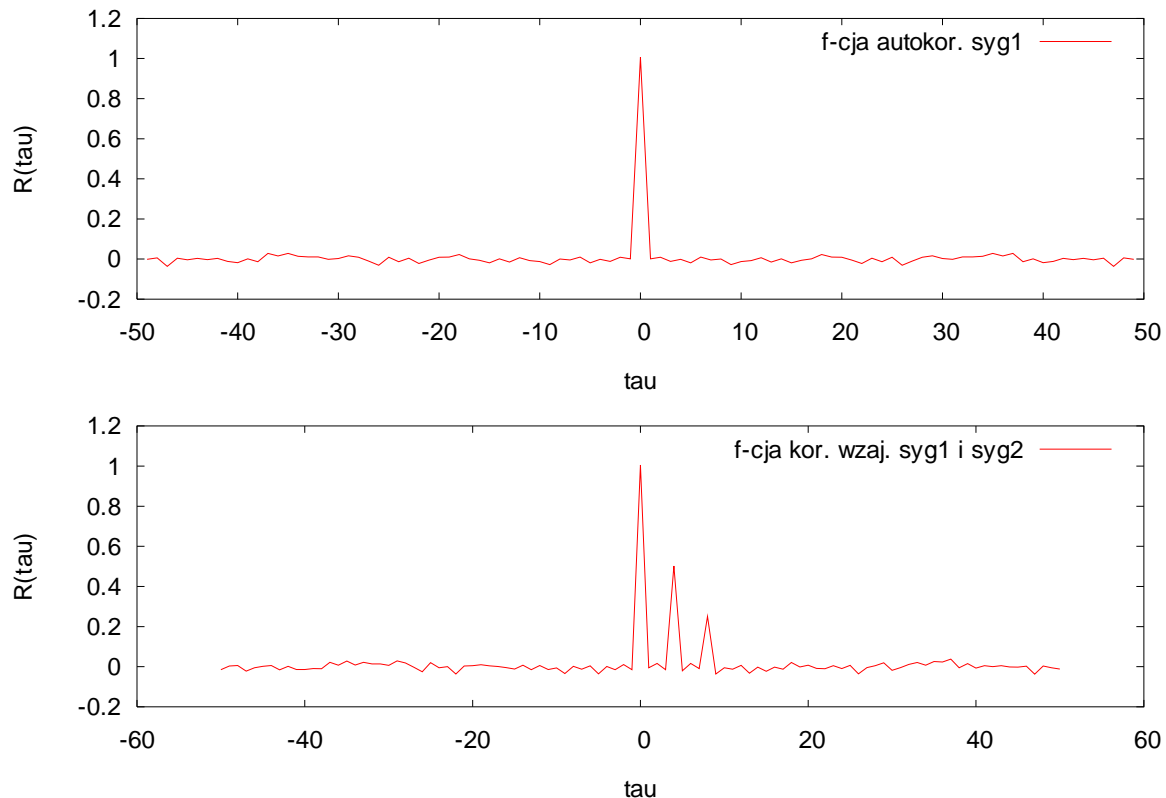
2.2. Autokorelacja sumy sygnału prostokątnego i szumu białego



Rys 16. Autokorelacja sumy sygnału prostokątnego i szumu białego.

Z rys. 16 widać że autokorelacja sumy sygnałów nie jest równa sumie autokorelacji, przyczyną tego jest współczynnik wypełnienia sygnału prostokątnego (wartość oczekiwana tego sygnału jest różna od 0)

3. Przejście sygnału przez układ liniowy, korelacja wzajemna.

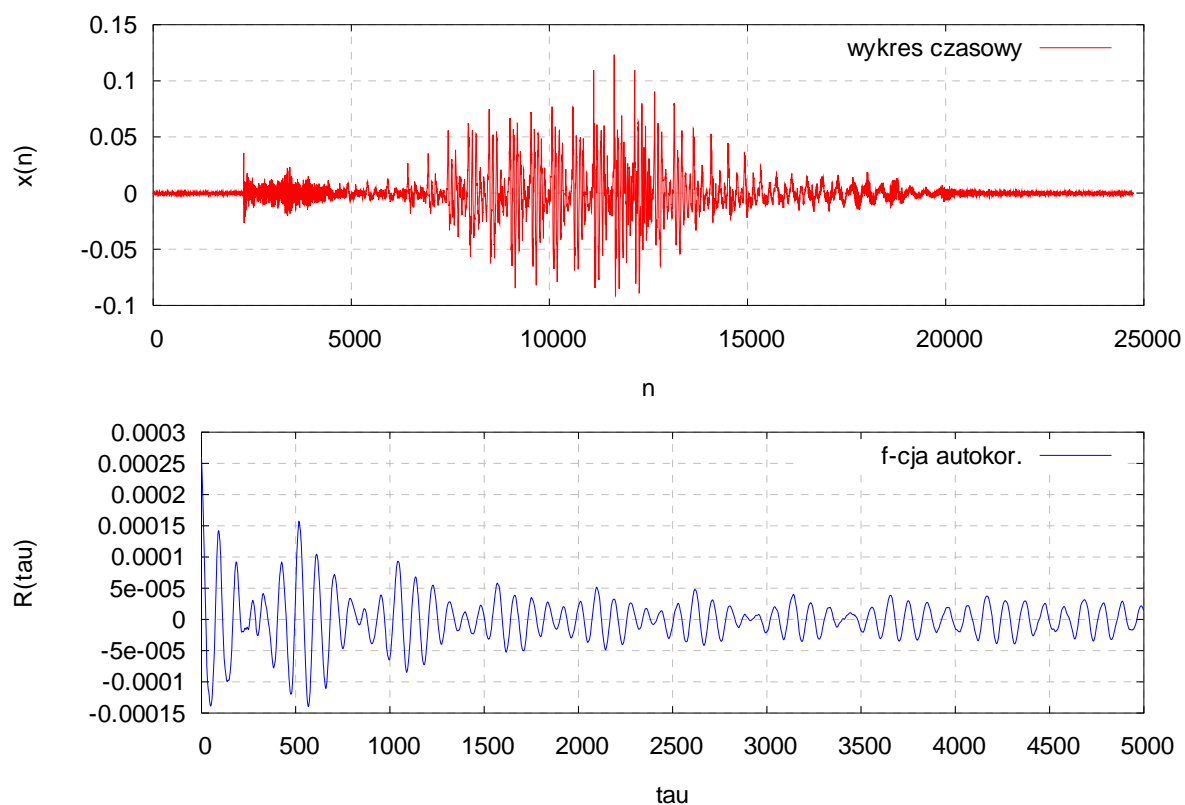


Rys 17. Autokorelacja wejścia i korelacja wzajemna wejścia i wyjścia.

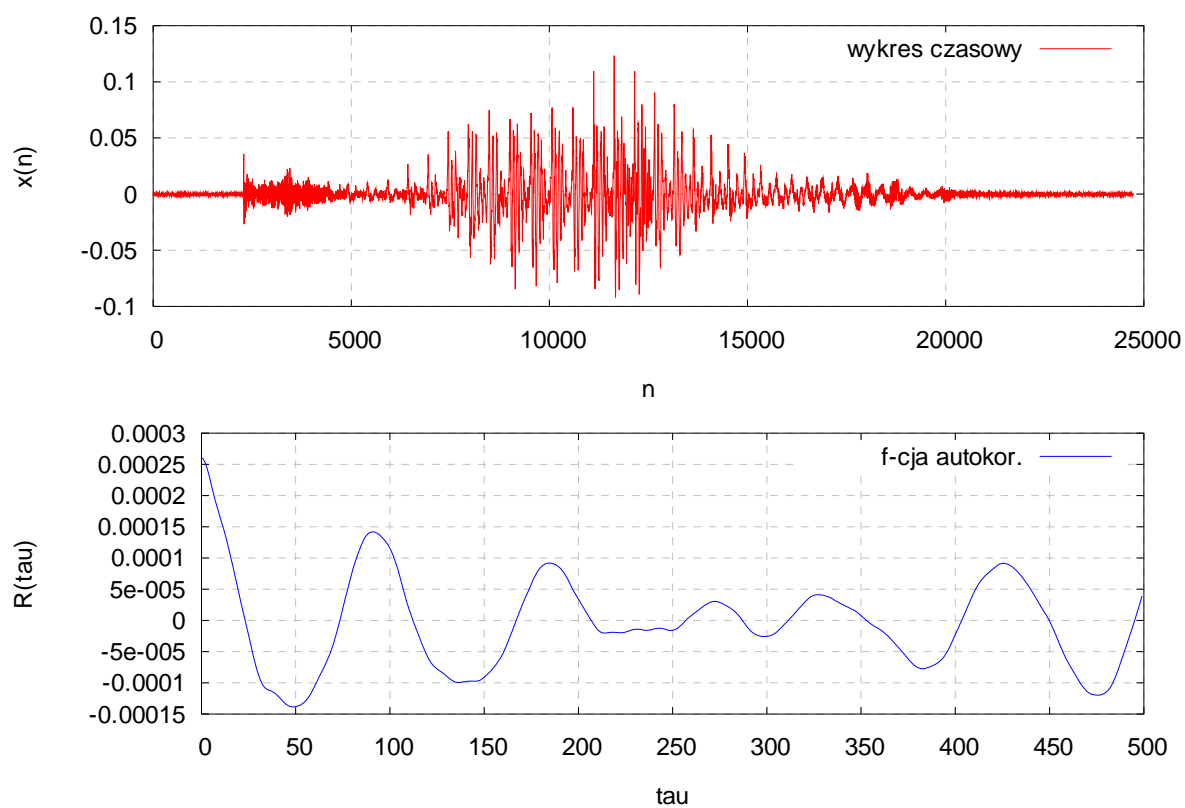
Jak widać z rys. 17 funkcja korelacji wzajemnej jest sumą autokorelacji sygnału wejściowego i autokorelacji odpowiedzi układu. W przypadku szumu białego wartość oczekiwana wynosi zero oznacza to, że sygnał wejścia i wyjścia układu są nieskorelowane (wtedy korelacja wzajemna równa się sumie autokorelacji). Aby otrzymać autokorelację odpowiedzi impulsowej układu pobudzanego szumem białym wystarczy odjąć od korelacji wzajemnej autokorelację szumu białego.

4. Autokorelacja sygnału mowy

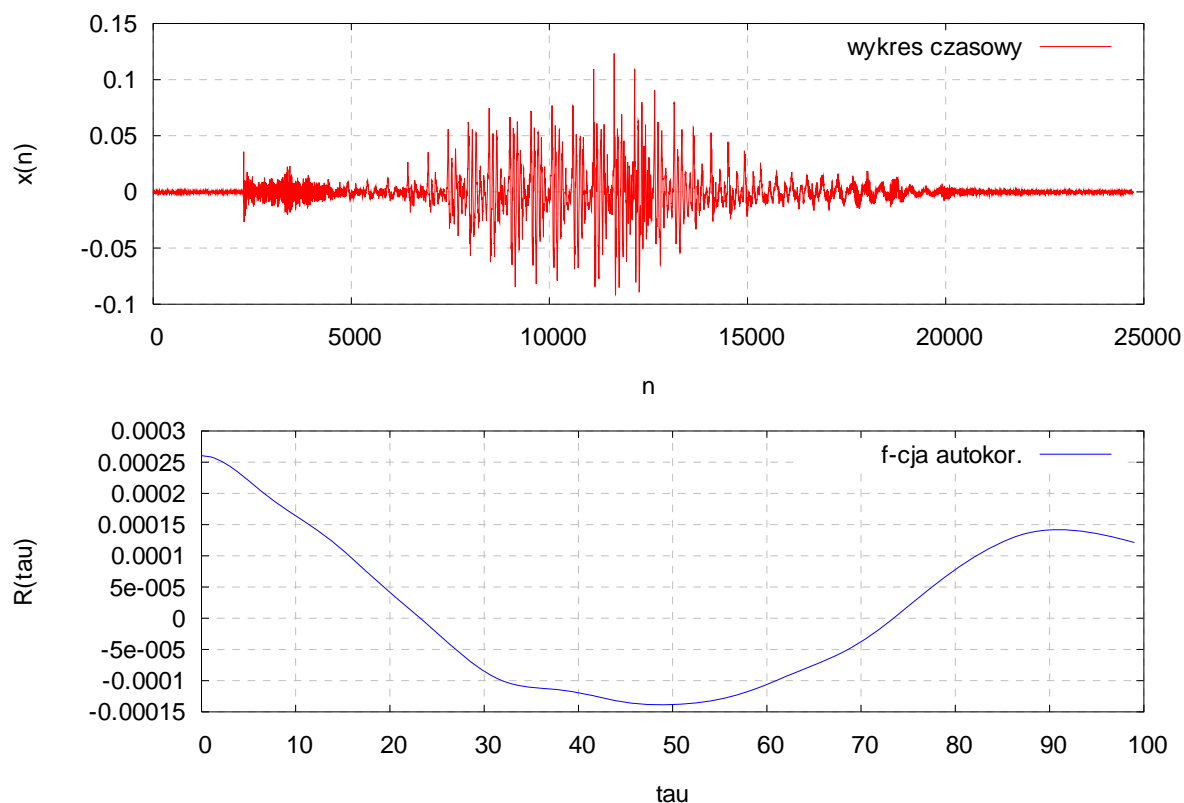
W tej części został zbadany estymator sygnału mowy. Na podstawie plików audio została wykonana analiza za pomocą funkcji autokorelacji. Jak widać estymator też zachowuje się okresowo w stosunku do badanego sygnału. Widać to dobrze dla dłuższej liczby próbek funkcji autokorelacji. Poniżej są przedstawione otrzymane przebiegi dla przykładowego pliku.



Rys 18. Autokorelacja sygnału mowy.



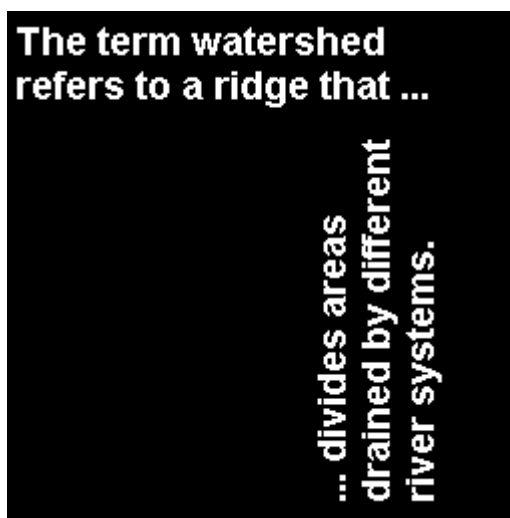
Rys 19. Autokorelacja sygnału mowy – inna długość próbek funkcji autokorelacji.



Rys 20. Autokorelacja sygnału mowy – inna długość próbek funkcji autokorelacji.

5. Zastosowanie funkcji korelacji wzajemnej do lokalizacji wzorca

Na podstawie skryptu *lokalizacja.m* przeanalizowałem wyszukiwanie wzorca z obrazu. Rys. 21 przedstawia analizowany obraz, z którego za pomocą korelacji wzajemnej wyszukiwano zadany wzorec.



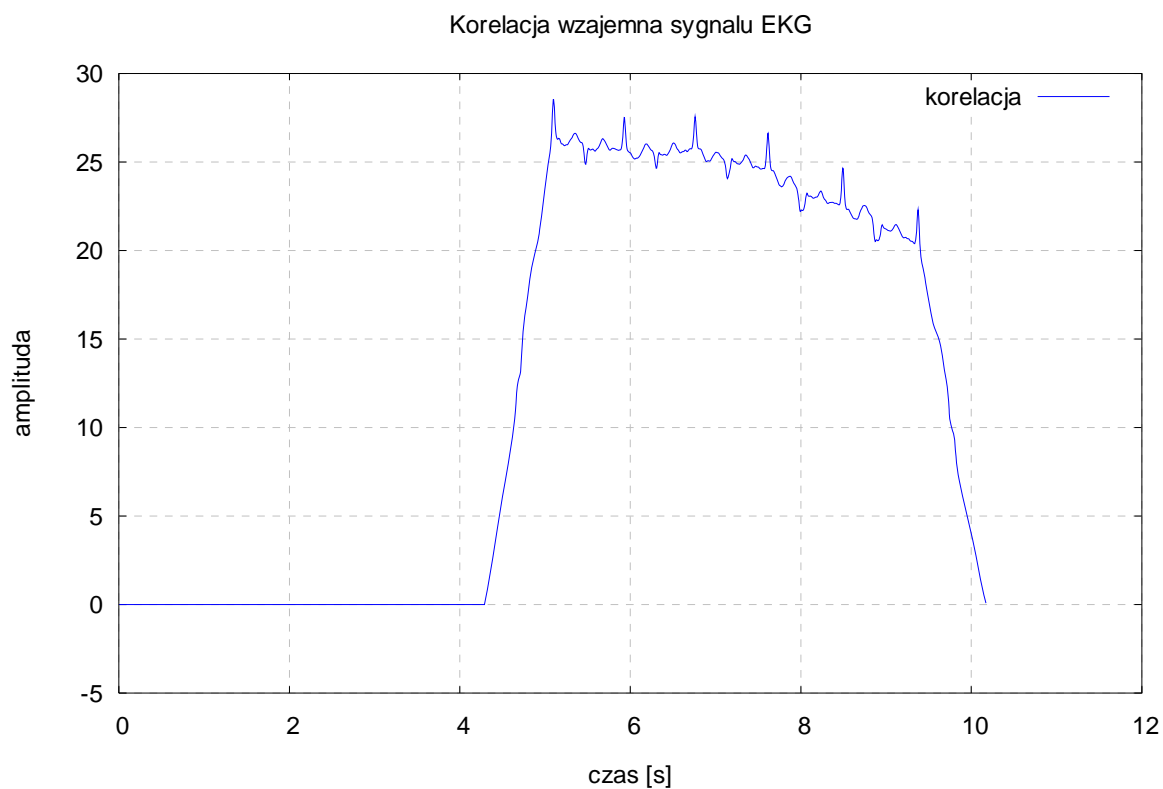
Rys 21. Analizowany obraz.

6. Analiza sygnału EKG

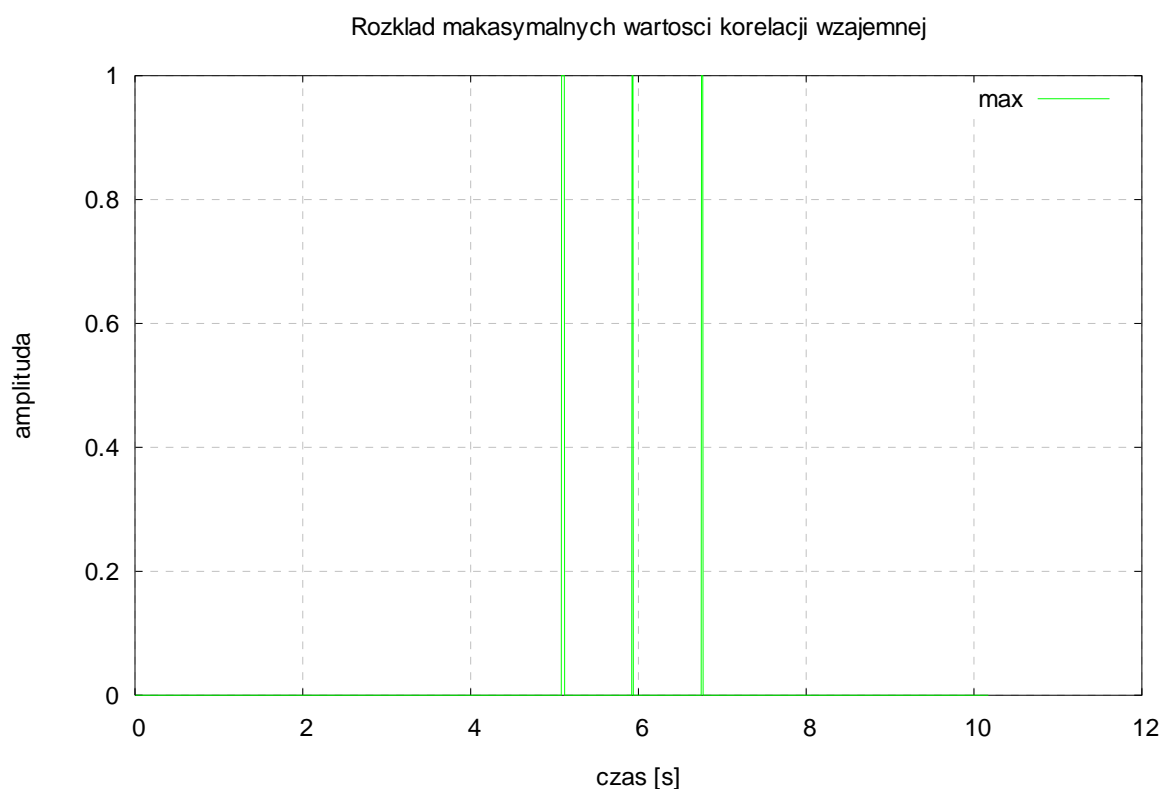
Do analizy wybrano plik o nazwie: *940429V1.au*. Do tego celu wybrano metodę korelacji wzajemnej. Uzasadnieniem wyboru tej metody może być poprzedni skrypt, w którym przeprowadza się szukanie wzorca w obrazie za pomocą korelacji wzajemnej. Napisany został skrypt, który wczytuje plik i wykonuje jego analizę i podaje wynik ilości uderzeń serca na minutę. W skrypcie korelacja wzajemna jest obliczana pomiędzy wczytanym sygnałem, a pewną liczbą próbek tego sygnału. Następnie obliczana jest maksymalna wartość funkcji korelacji wzajemnej i określany jest próg wartości względem, którego są wyznaczone maksima funkcji korelacji. Wartość tego progu może być zmieniana w zakresie $0 \div 100\%$ sygnału wczytanego. Kiedy mamy już wyznaczone maksima obliczany jest okres i na tej podstawie ilość uderzeń serca na minutę.



Rys 22. Przebieg wczytanego sygnału EKG w dziedzinie czasu.



Rys 23. Korelacja wzajemna wczytanego sygnału i pewnej liczby początkowych próbek tego sygnału.



Rys 24. Wykryte maksymalne wartości korelacji wzajemnej sygnału EKG.

Analiza sygnału EKG z pliku: 940429V1.au
Ilość uderzeń serca na minutę: 75